研究ノート

分散分解に基づいた会計利益の情報内容

A Note on Information Content of Accounting Earnings Based on Variance Decomposition Analysis

椎　葉　　　淳（大阪大学）
Atsushi Shiiba, Osaka University

論文要旨

この研究ノートの目的は、分散分解によって会計利益の情報内容を検証する方法について説明することにある。現在価値関係に関する会計研究において基本となるVuolteenaho の現在価値恒等式については椎葉(2017、2018) において詳しく説明されているが、それに基づいてどのような実証研究を行なうことができるかについて、具体的な研究方法を示す。特に、Vuolteenaho の現在価値恒等式を基礎として、期待外リターンを利益ニュースと割引率ニュースに分ける基本的なケースに加えて、その応用として、利益をその構成要素に分けるケースについても分散分解の方法を説明する。本稿ではまた、分散分解の際に用いられるベクトル自己回帰(VAR) モデルとその特徴について、Ohlson (1995) のモデルと比較して考察する。そこでは、Vuolteenaho の現在価値恒等式を基礎として分散分解で仮定されるVAR モデルは、残余利益モデルを基礎としてOhlson (1995) が仮定した線形情報動学に対応していることを指摘する。

Summary

This research note explains how to use variance decomposition of unexpected returns to investigate the information content of accounting earnings. Following the previous research notes which describe in detail Vuolteenaho (2002)'s present-value identity, this note now explains more concretely how to apply this identity to investigate the information content of accounting earnings empirically. In particular, I first explain the basic method of variance decomposition, which decomposes unexpected returns into earnings news and expected-return news. Second, I describe a more applied method for investigating the information content of accounting earnings, that is, how to decompose total earnings news into two separate earnings news. In addition, I also argue that the vector autoregressive (VAR) model, which is usually assumed in such a variance decomposition approach, corresponds to the linear information dynamics assumed in the famous Ohlson (1995)'s model.

1．はじめに

本稿では、現在価値関係に関する会計研究においてしばしば行なわれている、分散分解を用いて会計利益の情報内容を検証する方法について、主としてCallen（2009）および Callen and Segal（2010）に依拠して説明する。また、分散分解の際に用いられるベクトル自己回帰（Vector Autoregressive; VAR）モデルとその特徴について、Ohlson（1995）のモデルと比較して考察する。

現在価値関係に関する会計研究は、Vuolteenaho（2002）によって会計情報に基づく現在価値恒等式が示されるとともに実証分析が行なわれたことを契機に、近年増加してきている。本稿では現在価値関係に関する会計研究の中でも、分散分解によって会計利益の情報内容を検証する研究に焦点

謝辞：本稿の内容を整理するにあたって、村宮克彦氏（大阪大学）との議論が有益であった。また本稿は、Okuda and Shiiba（2010）の論文を執筆する際に共同研究者の奥田真也氏（名古屋市立大学）と長期にわたって行なった議論が基礎となっている。ここに記して感謝の意を表したい。なお、本稿における誤りはすべて筆者個人に帰するものである。本研究は、JSPS 科研費15K03769、および文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業（平成26 年度－平成30年度）の助成を受けている。

連絡先：椎葉　淳　〒560-0043　大阪府豊中市待兼山町1-7（大阪大学大学院経済学研究科）
TEL：06-6850-5227　FAX：06-6850-5227　E-mail：shiiba@econ.osaka-u.ac.jp

を当てる。ファイナンス分野の現在価値関係に関する研究では、Campbell-Shillerの現在価値恒等式を基礎とした分散分解を用いる研究が多いが[1]、ここではその後の会計研究においてよく用いられているVuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解について説明する。この分散分解を用いた会計研究としては、Callen and Segal (2004)、Callen et al. (2005, 2006)、Clatworthy et al. (2012)、Shan et al. (2014)、Callen et al. (2016) などがあり、日本企業のデータを用いた会計研究としても吉田(2005)、Okuda and Shiiba (2010) がある[2]。

本稿の構成は次のようである。まず第2節において、Vuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解の基本式を示すとともに、分散分解に基づいた利益の情報内容について、割引率一定のケースと割引率が変動するケースに分けて、利益反応係数（Earnings Response Coefficient; ERC）と比較しながら説明する。第3節では、分散分解を実行する際によく用いられるVARモデルとその特徴について議論する。特に、VARモデルをVuolteenahoの現在価値恒等式と組み合わせた場合には、時系列を仮定した株主価値評価モデルであるOhlsonモデルによく対応した式になることを指摘する。次に第4節と第5節では、VARモデルに基づく分散分解の方法について説明する。具体的には第4節では期待外リターンを利益ニュースと割引率ニュースに分ける基本的な方法について説明し、第5節ではその応用として、利益をその構成要素に分けるケースについて説明する。最後の第6節は要約である。

2．分散分解に基づいた会計利益の情報内容とは

2.1. Vuolteenaho (2002) の分散分解の基本式

Vuolteenaho（2002）は、リターンの定義式から式展開を行ない、期待外リターンを次のようにあらわすことができることを示した[3]。

$$r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] = \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right] - \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \qquad (1)$$

ここで、P_{t+j}は時点$t+j$における株式時価総額、D_{t+j}は$t+j$期の配当とし、$t+j$期の株式リターンを$R_{t+j} \equiv (P_{t+j}+D_{t+j}-P_{t+j-1})/P_{t+j-1}$とすると、$t+j$期のグロスの対数株式リターンを$r_{t+j} \equiv \ln(1+R_{t+j})$と定義している。また、$B_{t+j}$は時点$t+j$における株主資本簿価、$X_{t+j}$は$t+j$期の利益、$roe_{t+j} \equiv \ln(1+X_{t+j}/B_{t+j-1})$は$t+j$期のグロスの対数ROE[4]、$\rho$は1より小さい正の定数である。なお、$\Delta\mathrm{E}_t[\cdot]$は同一の確率変数についての時点$t$と時点$t-1$における期待値の差、つまり$\mathrm{E}_t[\cdot]-\mathrm{E}_{t-1}[\cdot]$と定義する。

（1）式は次のようにあらわすこともある。

$$r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] = Nroe_t - Nr_t \qquad (2)$$

$$Nroe_t \equiv \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right] \qquad (3)$$

$$Nr_t \equiv \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \qquad (4)$$

ここで、$Nroe_t$を利益ニュース（earnings news）と呼び、Nr_tを期待リターン・ニュース（expected-return news）あるいは割引率ニュース（discount rate news）と呼ぶ[5]。この式によれば、期待外リターンは、利益ニュースと割引率ニュースのいずれかによって生じるといえる。

また（1）式は、$r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t]=\Delta\mathrm{E}_t[r_t]$であることから、次のようにあらわすこともできる。

$$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] = \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right] \qquad (5)$$

つまり、割引率ニュースを上記の（4）式のように期待リターンについてr_{t+1}からではなくr_tから定義した場合には、この新たに定義した割引率ニュースは、（3）式の利益ニュースと一致することになる。

（２）式の両辺について分散をとった次の式が、分散分解の基本となる式である。

$$\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) = \mathrm{Var}(Nroe_t) + \mathrm{Var}(Nr_t) - 2\,\mathrm{Cov}(Nroe_t, Nr_t) \quad (6)$$

Vuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解の実証研究では、この（６）式に基づき、期待外リターンの変動が、利益ニュースと割引率ニュースのいずれの変動によって引き起こされるかを評価する。一般には、（６）式の右辺全体に占める $\mathrm{Var}(Nroe_t)$ の割合が大きいとき、会計利益が期待外リターンに与える影響は大きく、利益の情報内容も大きいと解釈される。以下の2.2節と2.3節ではそれぞれ、割引率が一定のケースと割引率が変動するケースについて、分散分解に基づいた会計利益の情報内容とはどのような意味を持つのかをより詳しく説明する。

2.2. 会計利益の情報内容：割引率が一定のケース

まず、Callen（2009）を参考にして、将来の割引率が一定と予想しているケースを考える。つまり、この2.2節では $\mathrm{E}_t[r_{t+j}] = r$（$j$=1, 2,･･･）と仮定する。

また、roe_t が次の時系列にしたがうケースを考える。

$$roe_{t+1} = \phi roe_t + \varepsilon_{t+1}^{roe} \quad (7)$$

ここで、ϕは定数であり、$0 < \phi < 1$とする。誤差項ε_{t+1}^{roe}は期待値がゼロ、分散はσ_{roe}^2、またroe_tと独立の確率変数と仮定する。

このとき、j 期先のroe_{t+j}の時点 t における期待値は次のようにあらわすことができる。

$$\mathrm{E}_t[roe_{t+j}] = \mathrm{E}_t[\phi roe_{t+j-1} + \varepsilon_{t+j}^{roe}] = \phi \mathrm{E}_t[roe_{t+j-1}] = \phi^j roe_t$$

同様に、j 期先のroe_{t+j}の時点$t-1$における期待値は次のようになる。

$$\begin{aligned}\mathrm{E}_{t-1}[roe_{t+j}] &= \mathrm{E}_{t-1}[\phi roe_{t+j-1} + \varepsilon_{t+j}^{roe}] = \phi \mathrm{E}_{t-1}[roe_{t+j-1}] \\ &= \phi^{j+1} roe_{t-1}\end{aligned}$$

よって、$\Delta\mathrm{E}_t[roe_{t+j}]$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{E}_t[roe_{t+j}] &= \mathrm{E}_t[roe_{t+j}] - \mathrm{E}_{t-1}[roe_{t+j}] = \phi^j roe_t - \phi^{j+1} roe_{t-1} \\ &= \phi^j (roe_t - \phi roe_{t-1}) = \phi^j \varepsilon_t^{roe}\end{aligned}$$

以上から、期待外リターンは次のようにあらわすことができる。なお、将来の割引率が一定と予想しているので、

$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+j}\right] = 0$ となる。

$$\begin{aligned} r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] &= \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right] - \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\rho^j \Delta\mathrm{E}_t\left[roe_{t+j}\right] \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\rho^j \phi^j \varepsilon_t^{roe} \\ &= \frac{1}{1-\rho\phi}\varepsilon_t^{roe} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、$roe_t - \mathrm{E}_{t-1}[roe_t] = roe_t - \phi roe_{t-1} = \varepsilon_t^{roe}$ が成り立つことから、ε_t^{roe} は期待外利益と解釈することができる。したがって、この（８）式は被説明変数を期待外リターンとし、説明変数を期待外利益としたとき、利益反応係数（Earnings Response Coefficient；ERC）が$\frac{1}{1-\rho\phi}$になることを示唆している。

一方、（８）式の両辺の分散をとると次のようになる。

$$\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) = \frac{1}{(1-\rho\phi)^2}\sigma_{roe}^2 \quad (9)$$

つまり、割引率が一定のケースでは、期待外リターンの分散は $\frac{1}{(1-\rho\phi)^2}\sigma_{roe}^2$ に等しくなることが分かる。この値は、上記のERCの二乗にroe_tの時系列における誤差項の分散σ_{roe}^2を乗じたものである。

ここで、（７）式の両辺の分散をとると$\mathrm{Var}(roe_t) = \phi^2\ \mathrm{Var}(roe_t) + \sigma_{roe}^2$であり、$\mathrm{Var}(roe_{t+1}) = \mathrm{Var}(roe_t) = \mathrm{Var}(roe)$と仮定すると、$\sigma_{roe}^2 = (1-\phi^2)\mathrm{Var}(roe)$となることから、（９）式は次のように書きかえることができる。

$$\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) = \frac{1-\phi^2}{(1-\rho\phi)^2}\mathrm{Var}(roe) \approx \frac{1+\phi}{1-\phi}\mathrm{Var}(roe) \quad (10)$$

最後の近似は$\rho=1$と仮定したとき成り立つ。

会計利益の情報内容をあらわす指標としてよく用いられるERCと同様に、期待外リターンの分散に占める利益ニュースの分散の大きさは会計利益の情報内容を示す一つの尺度と考えることができる。なお、割引率が一定のケースでは、期待外リターンの分散と利益ニュースの分散は等しくなる。Callen et al. (2005) およびCallen (2009) は、これら2つの尺度は、確率分布に関する情報としての期待値と分散のように、相互に補完的であり両者ともに有用であると指摘している。この点について、Callen (2009, pp.140–141) は次のような数値例を用いて説明している。簡単化のため$\rho=1$と仮定する。まず、roe_tの持続性は高く$\phi=0.9$であるが、利益の分散は小さく$\mathrm{Var}(roe)=0.1$とする。このとき、ERCは(8)式から$ERC=1/(1-\phi)=1/(1-0.9)=10$となり、利益ニュースの分散は(10)式から$\frac{1+\phi}{1-\phi}\mathrm{Var}(roe)=\frac{1+0.9}{1-0.9}\times 0.1=1.9$となる。次に、$roe_t$の持続性は$\phi=0.1$と低いが、利益の分散は$\mathrm{Var}(roe)=5$と大きいとする。このとき、ERCは$ERC=1/(1-\phi)=1/(1-0.1)\approx 1.11$となり、利益ニュースの分散は$\frac{1+\phi}{1-\phi}\mathrm{Var}(roe)=\frac{1+0.1}{1-0.1}\times 5\approx 6.11$となる。したがって、ERCでみた場合、前者は後者よりも情報内容は高いと判断されるが、分散分解ではこの逆の判断になる。つまり、両者は異なる側面を捉えていると解釈でき、それゆえに補完的な尺度と考えることができる。

2.3. 会計利益の情報内容：割引率が変動するケース

次に割引率が変動するケースについて考察する。ここでは簡単化のために、前節と同様にroe_tは次の時系列にしたがうとする。

$$roe_{t+1}=\phi roe_t+\varepsilon_{t+1}^{roe} \tag{11}$$

ここで、ϕは定数であり、$0<\phi<1$とする。また、誤差項ε_{t+1}^{roe}は期待値がゼロであり分散はσ_{roe}^2の確率変数と仮定する。

また、Campbell (1991)、Campbell et al. (1996)、Callen (2009)、およびCampbell (2017) を参考にして、時間とともに変動する割引率は次の時系列にしたがうと仮定する。

$$r_{t+1}=x_t+\varepsilon_{t+1}^{r} \tag{12}$$

$$x_{t+1}=\kappa x_t+\varepsilon_{t+1}^{x} \tag{13}$$

ここで、κは定数であり、$0<\kappa<1$とする。また、ε_{t+1}^{r}, ε_{t+1}^{x}は期待値はゼロ、分散はそれぞれσ_r^2, σ_x^2の確率変数と仮定する。(12)式からx_tを観察した条件付の期待リターンはx_tである。また(13)式では、x_tは1階の自己回帰モデル (first order autoregressive model; AR(1) model) にしたがうと仮定している。なお、x_tは将来リターンを予測するさまざまな変数と考えることができる。また、期待外リターンはε_{t+1}^{r}であり、x_tを観察した条件付の期待リターンx_tのうちt期に新たに生じた部分（イノベーションと呼ばれる）はε_t^xである。

あるいはまた、期待リターンを$\mu_{t+j}\equiv \mathrm{E}_{t+j}[r_{t+j+1}]$ $(j=1,2,\cdots)$と定義すると、$\mu_t=\mathrm{E}_t[r_{t+1}]=x_t$、および$\mu_{t+1}=\mathrm{E}_{t+1}[r_{t+2}]=x_{t+1}=\kappa x_t+\varepsilon_{t+1}^{x}=\kappa\mu_t+\varepsilon_{t+1}^{x}$であるから、期待リターン$\mu_t$が次の時系列にしたがうと仮定しても同じである。

$$\mu_{t+1}=\kappa\mu_t+\varepsilon_{t+1}^{\mu} \tag{14}$$

ここで、ε_{t+1}^{μ}は期待値がゼロ、分散は$\sigma_\mu^2(=\sigma_x^2)$の確率変数とする。

以上の設定では、期待外リターンをあらわす(1)式右辺の$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right]$の値は前節とまったく同じになる。一方、$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right]$についてはまず、$\mu_t$は$roe_t$と同様の時系列であるので、前節と同様の計算を行なうことにより、$\Delta\mathrm{E}_t[\mu_{t+j}]=\kappa^j\varepsilon_t^{\mu}$とあらわすことができる。したがって、$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right]$は次のようにあらわすことができる。

$$\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] = \sum_{j=1}^{\infty}\rho^j \Delta \mathrm{E}_t\left[\mathrm{E}_{t+j-1}[r_{t+j}]\right]$$
$$= \sum_{j=1}^{\infty}\rho^j \Delta \mathrm{E}_t\left[\mu_{t+j-1}\right]$$
$$= \sum_{j=1}^{\infty}\rho^j \kappa^{j-1}\varepsilon_t^{\mu}$$
$$= \frac{\rho}{1-\rho\kappa}\varepsilon_t^{\mu}$$

以上から、期待外リターンは次のようにあらわすことができる。

$$r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] = \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right] - \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right]$$
$$= \frac{1}{1-\rho\phi}\varepsilon_t^{roe} - \frac{\rho}{1-\rho\kappa}\varepsilon_t^{\mu} \qquad (15)$$

この式から、割引率が変動するケースでは、期待外利益ε_t^{roe}が大きいとき、および期待リターンのうち当期に新たに生じた部分(イノベーション)ε_t^{μ}が小さいとき、期待外リターンは大きくなることが分かる。したがって、割引率が変動する状況では、(15)式の$\left(-\frac{\rho}{1-\rho\kappa}\varepsilon_t^{\mu}\right)$の項を考慮せず推定したERCに基づいて判断したとすると、利益の情報内容を過大あるいは過小に評価することになる。Callen（2009, p.144）はまた、これまでの利益公表に関するイベント・スタディの多くの結果は、割引率（資本コスト）に与える影響を考慮していないため、潜在的にバイアスがあると指摘している。特に、そのイベントが企業のリスクを変化させるような場合には、割引率に影響を与えるために問題が大きいと指摘している。

次に、(15)式の両辺の分散をとると次のようになる。

$$\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) = \frac{1}{(1-\rho\phi)^2}\sigma_{roe}^2 + \frac{\rho^2}{(1-\rho\kappa)^2}\sigma_{\mu}^2$$
$$- \frac{2\rho}{(1-\rho\phi)(1-\rho\kappa)}\mathrm{Cov}(\varepsilon_t^{roe}, \varepsilon_t^{\mu}) \qquad (16)$$

すなわち、割引率が変動するケースでは、期待外リターンの変動は、利益ニュースの変動と割引率ニュースの変動によって生じることが分かる。

なお、具体的に（16)式であらわされるような分散分解の式をどのように推定するかについては、第4節と第5節において説明する。

3．VARモデルとその特徴

3.1. VARモデルとは

期待外リターンの分散分解は、将来利益および将来株式リターンについてどのような予想をしているかが分からなければ実行できない。そこで、Campbell（1991), Campbell and Ammer（1993), Vuolteenaho（2002）などの研究では、そのような予想を対数線形のベクトル自己回帰（Vector Autoregressive; VAR）モデルを用いてあらわしている。つまり、前節のような利益と株式リターンに関する単純な時系列ではなく、より一般的に複数の過去・現在の変数が複数の将来の変数に影響を与えると想定している。具体的には、たとえば次式を仮定する。

$$z_{i,t} = A z_{i,t-1} + \eta_{i,t} \qquad (17)$$

Vuolteenaho（2002）にしたがって、係数行列Aは時間を通じて、および企業間で一定であると仮定する[6)]。また、誤差項行列$\eta_{i,t}$は分散共分散行列をΩとし、時点$t-1$で知られているすべての情報と独立であると仮定する。この式は時点$t-1$の状態変数（state variable）である$z_{i,t-1}$のみによって時点tの状態変数である$z_{i,t}$が決定されるモデルであり、しばしばSVAR（Short VAR）と呼ばれる[7)]。なお、以下では表記を簡潔にするため、企業を意味する記号iは省略し、次のようにあらわすことにする。

$$z_t = A z_{t-1} + \eta_t \qquad (18)$$

以下ではまず、VARモデルを仮定すれば、Vuolteenahoの現在価値恒等式から現時点の情報のみであらわされる株主価値評価式が得られるこ

とを示す。またその式は、対数をとらない変数を用いた株主価値評価モデル、特にOhlson（1995）のモデルによく対応していることを指摘する。

3.2. Vuolteenahoの現在価値恒等式とVARモデル

まずVARモデルのもっとも単純なケースとして、Callen and Segal（2010）にしたがって、状態変数として対数株式リターンr_tと対数会計リターンroe_tの２変数のVARモデルを考える。これは次のように記述できる。

$$r_t = \alpha_{11} r_{t-1} + \alpha_{12} roe_{t-1} + \eta_{1t} \tag{19}$$

$$roe_t = \alpha_{21} r_{t-1} + \alpha_{22} roe_{t-1} + \eta_{2t} \tag{20}$$

ここで、η_{1t}とη_{2t}は期待値ゼロの誤差項である。

(18)式との対応は次のようになる。

$$z_t = \begin{pmatrix} r_t \\ roe_t \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix},\ \eta_t = \begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \end{pmatrix} \tag{21}$$

(19)式と(20)式の２変数のVARモデルを前提とすると、Vuolteenahoの現在価値恒等式を展開することで株主価値評価式を導出することができる。椎葉（2017, 2018）において示されているように、Vuolteenahoの現在価値恒等式は、株主価値評価モデルとしてみることができる。具体的には、Vuolteenaho（2002）において示されたVuolteenahoの現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = b_t + \sum_{j=1}^{\infty} \rho^{j-1} \mathrm{E}_t[roe_{t+j} - r_{t+j}] \tag{22}$$

ここで、P_tを時点tにおける株式時価総額、B_tを時点tにおける株主資本簿価として、それぞれの対数をとったものを$p_t \equiv \ln(P_t)$および$b_t \equiv \ln(B_t)$と定義している。また、ρは１より小さい正の定数である[8)]。

この(22)式から分かるように、Vuolteenahoの現在価値恒等式を用いて株主価値評価を行なう際に必要となる将来の変数はroe_{t+j}とr_{t+j}である。したがって、(19)式と(20)式の時系列を仮定した場合、時点tにおける情報のみであらわした株主価値評価式が得られる。

まず、$j \to \infty$のとき$\rho^{j-1}\mathrm{E}_t[z_{t+j}] \to 0$を仮定すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\infty} \rho^{j-1} \mathrm{E}_t[z_{t+j}] &= A z_t + \rho A^2 z_t + \rho^2 A^3 z_t + \cdots \\ &= (\boldsymbol{I} - \rho A)^{-1} A z_t \end{aligned} \tag{23}$$

ここで、$\boldsymbol{I}$は２次の単位行列である。

したがって、(22)式の右辺第２項は次のようにあらわすことができる。

$$\sum_{j=1}^{\infty} \rho^{j-1} \mathrm{E}_t[roe_{t+j} - r_{t+j}] = (e2' - e1')(\boldsymbol{I} - \rho A)^{-1} A z_t \tag{24}$$

ここで、$e1' = (1\ 0)$，$e2' = (0\ 1)$である。

(21)式を用いて、$(I - \rho A)^{-1} A$を具体的に計算すると、Vuolteenahoの現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned} p_t &= b_t + \sum_{j=1}^{\infty} \rho^{j-1} \mathrm{E}_t[roe_{t+j} - r_{t+j}] \\ &= b_t + (e2' - e1')(\boldsymbol{I} - \rho A)^{-1} A z_t \\ &= b_t + \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1-\rho\alpha_{22}}{H_1} & -\frac{\rho\alpha_{12}}{H_1} \\ -\frac{\rho\alpha_{21}}{H_1} & \frac{1-\rho\alpha_{11}}{H_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_t \\ roe_t \end{pmatrix} \\ &= b_t + \frac{\alpha_{22}(1-\rho\alpha_{11}) - \alpha_{12}(1-\rho\alpha_{21})}{H_1} roe_t \\ &\quad - \frac{\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22}) - \alpha_{21}(1-\rho\alpha_{12})}{H_1} r_t \end{aligned} \tag{25}$$

ここで、$H_1 \equiv (1 - \rho\alpha_{11})(1 - \rho\alpha_{22}) - \rho^2 \alpha_{12}\alpha_{21}$である。

次に、r_tとroe_tに加えて、Ohlson（1995）のモデルと同様にその他の情報（other information）v_tが存在するケースを考える。ここではその他の情報は将来のr_tには影響を与えず、将来のroe_tにのみ影響を与えると仮定する[9)]。

$$r_t = \alpha_{11} r_{t-1} + \alpha_{12} roe_{t-1} + \eta_{1t} \tag{26}$$

$$roe_t = \alpha_{21} r_{t-1} + \alpha_{22} roe_{t-1} + \alpha_{23} v_{t-1} + \eta_{2t} \tag{27}$$

$$v_t = \alpha_{33} v_{t-1} + \eta_{3t} \tag{28}$$

ここで、$\eta_{1t}, \eta_{2t}, \eta_{3t}$ は期待値ゼロの誤差項である。

(18)式との対応は次のようになる。

$$z_t = \begin{pmatrix} r_t \\ roe_t \\ \nu_t \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad \eta_t = \begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \\ \eta_{3t} \end{pmatrix} \tag{29}$$

このような3変数のケースでも2変数のケースと同様に計算できる。ただし、3変数のため、ここでは$e1'=(1\ 0\ 0)$, $e2'=(0\ 1\ 0)$ とし、I は3次の単位行列とする。具体的には、Vuolteenahoの現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned}
p_t &= b_t + \sum_{j=1}^{\infty} \rho^{j-1} \mathrm{E}_t[roe_{t+j} - r_{t+j}] \\
&= b_t + (e2' - e1')(I - \rho A)^{-1} A z_t \\
&= b_t + \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1-\rho\alpha_{22}}{H_1} & \frac{\rho\alpha_{12}}{H_1} & \frac{\rho^2\alpha_{12}\alpha_{23}}{H_2} \\ \frac{\rho\alpha_{21}}{H_1} & \frac{1-\rho\alpha_{11}}{H_1} & \frac{\rho(1-\rho\alpha_{11})\alpha_{23}}{H_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-\rho\alpha_{33}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_t \\ roe_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \\
&= b_t + \frac{\alpha_{22}(1-\rho\alpha_{11}) - \alpha_{12}(1-\rho\alpha_{21})}{H_1} roe_t - \frac{\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22}) - \alpha_{21}(1-\rho\alpha_{12})}{H_1} r_t \\
&\quad + \frac{(1-\rho(\alpha_{11}+\alpha_{12}))\alpha_{23}}{H_2} \nu_t
\end{aligned} \tag{30}$$

ここで、H_1は既に定義した$H_1 \equiv (1-\rho\alpha_{11})(1-\rho\alpha_{22}) - \rho^2\alpha_{12}\alpha_{21}$であり、$H_2 \equiv H_1(1-\rho\alpha_{33})$ である。

さらに、r_t と roe_t が別々の時系列ではなく、$roe_t - r_t$ についての時系列を仮定することも考えることができる[10)]。$rroe_t$ を $rroe_t \equiv roe_t - r_t$ と定義し、対数残余ROEと呼ぶ。そしてこの対数残余ROEとその他の情報が次の時系列にしたがうケースを考える。ただし、ω, γは定数であり、$0<\omega<1, 0<\gamma<1$ とする。

$$rroe_t = \omega rroe_{t-1} + \nu_{t-1} + \varepsilon_t^{rroe} \tag{31}$$

$$\nu_t = \gamma \nu_{t-1} + \varepsilon_t^{\nu} \tag{32}$$

ここで、ε_t^{rroe} と ε_t^{ν} は期待値ゼロの誤差項である。

これは、(26)式から(28)式の特殊ケースとみることができ、具体的には、$\alpha_{11}=\alpha_{22}, \alpha_{12}=\alpha_{21}, \alpha_{23}=1, \alpha_{33}=\gamma$ のケースと対応している。このとき、(27)式から(26)式を引くと次のように(31)式に等しいことが分かる。

$$\begin{aligned}
rroe_t \equiv roe_t - r_t &= (\alpha_{22}-\alpha_{12})roe_{t-1} - (\alpha_{11}-\alpha_{21})r_{t-1} + \alpha_{23}\nu_{t-1} + \eta_{2t} - \eta_{1t} \\
&= (\alpha_{11}-\alpha_{21})(roe_{t-1} - r_{t-1}) + \nu_{t-1} + \eta_{2t} - \eta_{1t} \\
&= \omega rroe_{t-1} + \nu_{t-1} + \varepsilon_t^{rroe}
\end{aligned} \tag{33}$$

最後の等号では、$\alpha_{11} - \alpha_{21} = \omega, \eta_{2t} - \eta_{1t} = \varepsilon_t^{rroe}$ とした。また、これらの関係を(30)式に代入して整理すれば、このケースにおけるVuolteenahoの現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = b_t + \frac{\omega}{1-\rho\omega} rroe_t + \frac{1}{(1-\rho\omega)(1-\rho\gamma)} \nu_t \tag{34}$$

以上、(25)式、(30)式、および(34)式で示したように、r_t と roe_t、あるいは $rroe_t$ を含めたVARモデルを仮定すると、Vuolteenahoの現在価値恒等式を展開することによって、時点 t における情報のみであらわした株主価値評価式が得られる。

3.3. 時系列を仮定した株主価値評価モデルとの比較

上記のように、VARモデルをVuolteenahoの現在価値恒等式と組み合わせた場合には、時点tにおける情報のみであらわした株主価値評価式が得られる。これは時系列を仮定した株主価値評価モデルであるOhlson（1995）のモデルによく対応した式になっている。このことを確認するために、まずOhlson（1995）のモデルを説明し、その後に両者を比較することにする。

$t+j$ 期の残余利益を $X_{t+j}^a \equiv X_{t+j} - R \cdot B_{t+j-1}$ と定義する。ここで、2.1節で定義したように $t+j$ 期の株式リターンは $R_{t+j} \equiv (P_{t+j} + D_{t+j} - P_{t+j-1})/P_{t+j-1}$ であり、これを一定と仮定したものがRである[11)]。残余利益モデルは次のようである。

$$P_t = B_t + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+j}^a\right]}{(1+R)^j} \tag{35}$$

次に、$t+j$ 期のその他の情報を ν_{t+j} とし、残余利益とその他の情報について、次の時系列を仮定する。ただし、ω, γは定数であり、$0<\omega<1, 0<$

$\gamma<1$とする。

$$X_t^a=\omega X_{t-1}^a+\nu_{t-1}+\varepsilon_t^{X^a} \quad (36)$$

$$\nu_t=\gamma\nu_{t-1}+\varepsilon_t^{\gamma} \quad (37)$$

ここで、$\varepsilon_t^{X^a}$とε_t^{γ}は期待値ゼロの誤差項である。この二式はしばしば線形情報動学（Linear Information Dynamics）と呼ばれるが、次のようにあらわすと2変数のVARモデルと解釈することができる。

$$\begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_{t-1}^a \\ \nu_{t-1} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \varepsilon_t^{X^a} \\ \varepsilon_t^{\gamma} \end{pmatrix} \quad (38)$$

つまり、$z_t=\begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}$, $\varepsilon_t=\begin{pmatrix} \varepsilon_t^{X^a} \\ \varepsilon_t^{\gamma} \end{pmatrix}$とすると、線形情報動学は$\boldsymbol{z}_t=A\boldsymbol{z}_{t-1}+\varepsilon_t$とあらわすことができる。

また、$j\to\infty$のとき$\frac{\mathrm{E}_t[z_{t+j}]}{(1+R)^j}\to 0$を仮定すると、次式が成り立つ。

$$\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[z_{t+j}]}{(1+R)^j}=\frac{1}{1+R}Az_t+\frac{1}{(1+R)^2}A^2z_t+\frac{1}{(1+R)^3}A^3z_t+\cdots$$

$$=((1+R)\boldsymbol{I}-A)^{-1}Az_t \quad (39)$$

したがって、(35)式の右辺第2項は次のようにあらわすことができる。

$$\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+j}^a\right]}{(1+R)^j}=e1'((1+R)\boldsymbol{I}-A)^{-1}Az_t \quad (40)$$

ここで、$e1'=(1\ 0)$である。

$((1+R)I-A)^{-1}A$を具体的に計算すると、残余利益モデルは次のようになる。

$$P_t=B_t+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+j}^a\right]}{(1+R)^j}$$

$$=B_t+e1'((1+R)\boldsymbol{I}-A)^{-1}Az_t$$

$$=B_t+\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{\omega}{1+R-\omega} & \frac{1+R}{(1+R-\omega)(1+R-\gamma)} \\ 0 & \frac{\gamma}{1+R-\gamma} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix}$$

$$=B_t+\frac{\omega}{1+R-\omega}X_t^a+\frac{1+R}{(1+R-\omega)(1+R-\gamma)}\nu_t \quad (41)$$

この(41)式がOhlsonモデルである。なお、その他の情報がない場合はν_tの項がなくなり、次のようになる。

$$P_t=B_t+\frac{\omega}{1+R-\omega}X_t^a \quad (42)$$

時系列を仮定した株主価値評価モデル、特に(41)式のOhlsonモデルと、前節で導出したVARモデルを仮定したVuolteenahoの現在価値恒等式をいくつかのケースについて比較できるように要約したものが次の表1である。両者を比較すると、変数について対数をとるかどうかの違いはあるもの、本質的に同様の式と解釈することができる[12)]。つまり、Vuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解で仮定されているVARモデルは、残余利益モデルにおいて線形情報動学を仮定していることに対応しているのである。なお、基本と

表1：VARモデルを仮定したときの残余利益モデルとVuolteenahoの現在価値恒等式

	残余利益モデル	Vuolteenaho の現在価値恒等式
基本式	$P_t=B_t+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+j}^a\right]}{(1+R)^j}$	$p_t=b_t+\sum_{j=1}^{\infty}\rho^{j-1}\mathrm{E}_t[roe_{t+j}-r_{t+j}]$
使用する変数	＋線形情報動学（VAR モデル）	＋VAR モデル
b_t, roe_t, r_t, ν_t	（R が変動するケースにおいて，確立された評価式はない）[13)]	$p_t=b_t+\frac{\alpha_{22}(1-\rho\alpha_{11})-\alpha_{12}(1-\rho\alpha_{21})}{H_1}roe_t-\frac{\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22})-\alpha_{21}(1-\rho\alpha_{12})}{H_1}r_t+\frac{(1-\rho(\alpha_{11}+\alpha_{12}))\alpha_{23}}{H_2}\nu_t$
B_t, X_t^a, ν_t $b_t, rroe_t, \nu_t$	$P_t=B_t+\frac{\omega}{1+R-\omega}X_t^a+\frac{1+R}{(1+R-\omega)(1+R-\gamma)}\nu_t$	$p_t=b_t+\frac{\omega}{1-\rho\omega}rroe_t+\frac{1}{(1-\rho\omega)(1-\rho\gamma)}\nu_t$
B_t, X_t^a $b_t, rroe_t$	$P_t=B_t+\frac{\omega}{1+R-\omega}X_t^a$	$p_t=b_t+\frac{\omega}{1-\rho\omega}rroe_t$

なる残余利益モデルとVuolteenahoの現在価値恒等式は両方とも同時に成立するが、対数をとらない変数に基づくVAR モデルと対数をとった変数に基づくVAR モデルとは、一方を仮定すれば他方は原則として成立しない。

4．VARモデルに基づく分散分解

4.1. 3変数のVARモデル

この節ではCampbell（1991）、Campbell and Ammer（1993）、Vuolteenaho（2002）にしたがって、対数線形のVARモデルを用いた分散分解の計算方法について具体的に説明する。Vuolteenaho（2002）およびその応用研究では、状態変数として、株式リターンr_tと利益roe_tに加えて、分散分解の式を導出する基礎となる変数である対数変換した簿価時価比率bm_tを含めている。この3変数を状態変数とするとき、VARモデルは次のようになる。

$$z_t = A z_{t-1} + \eta_t \tag{43}$$

$$r_t = \alpha_{11} r_{t-1} + \alpha_{12} roe_{t-1} + \alpha_{13} bm_{t-1} + \eta_{1t} \tag{44}$$

$$roe_t = \alpha_{21} r_{t-1} + \alpha_{22} roe_{t-1} + \alpha_{23} bm_{t-1} + \eta_{2t} \tag{45}$$

$$bm_t = \alpha_{31} r_{t-1} + \alpha_{32} roe_{t-1} + \alpha_{33} bm_{t-1} + \eta_{3t} \tag{46}$$

したがって、次のように対応している。

$$z_t = \begin{pmatrix} r_t \\ roe_t \\ bm_t \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad \eta_t = \begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \\ \eta_{3t} \end{pmatrix} \tag{47}$$

まず、将来の状態変数の時点tにおける期待値は次のように計算できる。

$$\mathrm{E}_t[z_{t+j}] = A^j z_t \tag{48}$$

また、Campbell（1991）にしたがって、表記を簡潔にするため、$ei' = (0 \cdots 1 \cdots 0)$という記号を定義しておく。ここで1は$i$番目の位置にある。たとえば、$e1' = (1\ 0 \cdots 0)$である。状態変数が3つのときには、$e1' = (1\ 0\ 0)$、$e2' = (0\ 1\ 0)$とする。

このとき、$\mathrm{E}_t[r_{t+j}]$は次のようにあらわすことができる。

$$\mathrm{E}_t[r_{t+j}] = e1' A^j z_t \tag{49}$$

4.2. 割引率ニュースNr_tの計算方法

ここでは割引率ニュース$Nr_t \equiv \Delta \mathrm{E}_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+j} \right]$を計算する。まず、$\Delta \mathrm{E}_t[r_{t+j}]$について次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \Delta \mathrm{E}_t[r_{t+j}] &= \mathrm{E}_t[r_{t+j}] - \mathrm{E}_{t-1}[r_{t+j}] \\ &= e1' A^j z_t - e1' A^{j+1} z_{t-1} \\ &= e1' A^j (z_t - A z_{t-1}) \\ &= e1' A^j \eta_t \end{aligned} \tag{50}$$

したがって、割引率ニュース$Nr_t \equiv \Delta \mathrm{E}_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+j} \right]$は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \mathrm{E}_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+j} \right] &= \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j e1' A^j \eta_t \\ &= e1' \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j A^j \eta_t \\ &= e1' \rho A (I - \rho A)^{-1} \eta_t \\ &= \lambda_1' \eta_t \end{aligned} \tag{51}$$

ここで、$\lambda_1' \equiv e1' \rho A (I - \rho A)^{-1}$であり、$I$は3次の単位行列である。

4.3. 利益ニュース$Nroe_t$の間接的な計算方法

ここでは利益ニュース$Nroe_t \equiv \Delta \mathrm{E}_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \rho^j roe_{t+j} \right]$を求める方法として、多くの研究において用いられていることから期待外リターンの式から逆算して間接的に、すなわち$Nroe_t = r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] + Nr_t$として求める。$Nr_t$と同様に、直接的に求める方法については次の4.4節で説明する。

まず(50)式から、$r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] = \Delta \mathrm{E}_t[r_t] = e1' A^0 \eta_t = e1' \eta_t$となるので、利益ニュース$Nroe_t$は次のようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned} Nroe_t &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] + Nr_t \\ &= e1' \eta_t + \lambda_1' \eta_t \\ &= (e1' + \lambda_1') \eta_t \end{aligned} \tag{52}$$

この(52)式はVuolteenaho (2002)、Callen et al. (2006)、Callen and Segal (2010) などにおいて示されている。

また、$r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] = e1'\rho^0 A^0 \eta_t$ ともあらわすことができる。したがって、(51)式を導出する途中の式を用いれば、利益ニュース $Nroe_t$ は次のようにあらわすこともできる。

$$\begin{aligned} Nroe_t &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] + Nr_t \\ &= e1'\rho^0 A^0 \eta_t + e1' \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j A^j \eta_t \\ &= e1' \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j A^j \eta_t \\ &= e1'(I - \rho A)^{-1} \eta_t \end{aligned} \tag{53}$$

この(53)式はCallen and Segal (2004) で示されている。なお、この(53)式を(52)式と比較すると、$e1'(I - \rho A)^{-1} = e1' + \lambda'_1$ が成り立つことが分かる。

4.4. 利益ニュース $Nroe_t$ の直接的な計算方法

割引率ニュース Nr_t と同様に、利益ニュース $Nroe_t$ は次のように直接的に計算することもできる。まず、$\Delta\mathrm{E}_t[roe_{t+j}]$ について次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \Delta\mathrm{E}_t[roe_{t+j}] &= \mathrm{E}_t[roe_{t+j}] - \mathrm{E}_{t-1}[roe_{t+j}] \\ &= e2'A^j z_t - e2'A^{j+1} z_{t-1} \\ &= e2'A^j (z_t - A z_{t-1}) \\ &= e2'A^j \eta_t \end{aligned} \tag{54}$$

したがって、利益ニュース $Nroe_t \equiv \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty} \rho^j roe_{t+j}\right]$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty} \rho^j roe_{t+j}\right] &= \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j e2'A^j \eta_t \\ &= e2' \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j A^j \eta_t \\ &= e2'(I - \rho A)^{-1} \eta_t \\ &= \lambda'_2 \eta_t \end{aligned} \tag{55}$$

ここで、$\lambda'_2 \equiv e2'(I - \rho A)^{-1}$ である。なお、この利益ニュース $Nroe_t$ を用いると、期待外リターンに関する(1)式の左辺と右辺の推定値は、一般には一致せず誤差が生じることになる。ただし、Callen and Segal (2004, p.540, 脚注31) のように、いずれの計算方法でも結果に差がないことを報告している研究も多い。この点については、Chen and Zhao (2009) および Engsted et al. (2012) も参照のこと。

4.5. 分散分解の計算方法

分散分解の基本となる式は次のようであった。

$$\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) = \mathrm{Var}(Nr_t) + \mathrm{Var}(Nroe_t) - 2\,\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t)$$

ここまでの計算結果から、$Nr_t = \lambda'_1 \eta_t$、および $Nroe_t = (e1' + \lambda'_1)\eta_t = \lambda'_2 \eta_t$ とあらわせるので、この式の右辺の各項は次のように計算することができる。

$$\mathrm{Var}(Nr_t) = \lambda'_1 \Omega \lambda_1 \tag{56}$$

$$\mathrm{Var}(Nroe_t) = (e1' + \lambda'_1)\Omega(e1 + \lambda_1) \quad (= \lambda'_2 \Omega \lambda_2) \tag{57}$$

$$\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t) = \lambda'_1 \Omega (e1 + \lambda_1) \quad (= \lambda'_1 \Omega \lambda_2) \tag{58}$$

ここで、Ωは誤差項行列 η_t の分散共分散行列である。

したがって、株式リターンおよび会計利益のデータを用いて、係数行列、および誤差項行列の分散共分散行列を求めれば、これらの式を用いて分散分解を行なうことができる。

4.6. 2変数のVARモデルのケース

ここではVARモデルに基づく分散分解に関する理解を深めるために、Callen and Segal (2010) にしたがって、2変数のVARモデルのケースの分散分解について具体的にどのような計算式になっているかを確認する。

2変数のVARモデルのケースでは、割引率ニュース Nr_t は次のようにあらわすことができる。

$$
\begin{aligned}
Nr_t &= e1'\rho A(I-\rho A)^{-1}\eta_t \\
&= \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\rho\begin{pmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\rho\begin{pmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{pmatrix}\right)^{-1}\begin{pmatrix}\eta_{1t}\\ \eta_{2t}\end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{H}\begin{pmatrix}\rho\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22})+\rho^2\alpha_{12}\alpha_{21} & \rho\alpha_{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_{1t}\\ \eta_{2t}\end{pmatrix} \\
&= \frac{\rho\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22})+\rho^2\alpha_{12}\alpha_{21}}{H}\eta_{1t}+\frac{\rho\alpha_{12}}{H}\eta_{2t} \qquad (59)
\end{aligned}
$$

ここで、$H\equiv(1-\rho\alpha_{11})(1-\rho\alpha_{22})-\rho^2\alpha_{12}\alpha_{21}$である。

同様に、利益ニュース$Nroe_t$は間接的な計算方法によれば、次のようにあらわすことができる。

$$
\begin{aligned}
Nroe_t &= e1'(I-\rho A)^{-1}\eta_t \\
&= \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\rho\begin{pmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{pmatrix}\right)^{-1}\begin{pmatrix}\eta_{1t}\\ \eta_{2t}\end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{H}\begin{pmatrix}1-\rho\alpha_{22} & \rho\alpha_{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_{1t}\\ \eta_{2t}\end{pmatrix} \\
&= \frac{1-\rho\alpha_{22}}{H}\eta_{1t}+\frac{\rho\alpha_{12}}{H}\eta_{2t} \qquad (60)
\end{aligned}
$$

なお、$Nroe_t - Nr_t$を計算すると、次のように$r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t]=e1'A^0\eta_t=e1'\eta_t=\eta_{1t}$に一致することが確認できる。

$$
Nroe_t - Nr_t = \frac{1-\rho\alpha_{22}}{H}\eta_{1t}-\frac{\rho\alpha_{11}(1-\rho\alpha_{22})+\rho^2\alpha_{12}\alpha_{21}}{H}\eta_{1t}=\eta_{1t} \qquad (61)
$$

次に、分散分解の基本となる式は次のようであった。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Var}(r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t]) &= \mathrm{Var}(Nr_t)+\mathrm{Var}(Nroe_t)-2\,\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t) \\
\mathrm{Var}(Nr_t) &= \lambda_1'\Omega\lambda_1 \\
\mathrm{Var}(Nroe_t) &= \lambda_2'\Omega\lambda_2 \\
\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t) &= \lambda_1'\Omega\lambda_2
\end{aligned}
$$

ここで、$\lambda_1'\equiv e1'\rho A(I-\rho A)^{-1}$, $\lambda_2'\equiv e2'(I-\rho A)^{-1}$である。

サンプル・サイズをnとして推定された係数を$\hat{\alpha}_{11}, \hat{\alpha}_{12}, \hat{\alpha}_{21}, \hat{\alpha}_{22}$とし、誤差項行列を$\hat{\eta}_t=\begin{pmatrix}\hat{\eta}_{1t}\\ \hat{\eta}_{2t}\end{pmatrix}$とあらわす。またこれに対応する$\lambda_1', \lambda_2'$をそれぞれ$\hat{\lambda}_1'$, $\hat{\lambda}_2'$とあらわす。このとき誤差項行列η_tの分散共分散行列Ωの推定値を$\Sigma=\frac{1}{n}\hat{\eta}_t\hat{\eta}_t'$とする。また計算された割引率ニュースと利益ニュースをそれぞれ$\hat{N}r_t$および$\hat{N}roe_t$とあらわす。

$\hat{N}r_t$および$\hat{N}roe_t$を用いると、分散分解の式の各項は次のようにあらわすことができる。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Var}(Nr_t) &= \lambda_1'\Sigma\lambda_1 = \frac{1}{n}\hat{\lambda}_1'\hat{\eta}_t\hat{\eta}_t'\hat{\lambda}_1 = \frac{1}{n}\hat{N}r_t^2 \\
\mathrm{Var}(Nroe_t) &= \lambda_2'\Sigma\lambda_2 = \frac{1}{n}\hat{\lambda}_2'\hat{\eta}_t\hat{\eta}_t'\hat{\lambda}_2 = \frac{1}{n}\hat{N}roe_t^2 \\
\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t) &= \lambda_1'\Sigma\lambda_2 = \frac{1}{n}\hat{\lambda}_1'\hat{\eta}_t\hat{\eta}_t'\hat{\lambda}_2 = \frac{1}{n}\hat{N}r_t\hat{N}roe_t
\end{aligned}
$$

(59)式および(60)式を用いると、次のように具体的にあらわすことができる。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Var}(Nr_t) &= \frac{(\rho\hat{\alpha}_{11}(1-\rho\hat{\alpha}_{22})+\rho^2\hat{\alpha}_{12}\hat{\alpha}_{21})^2\hat{\eta}_{1t}^2+2\rho\hat{\alpha}_{12}(\rho\hat{\alpha}_{11}(1-\rho\hat{\alpha}_{22})+\rho^2\hat{\alpha}_{12}\hat{\alpha}_{21})\hat{\eta}_{1t}\hat{\eta}_{2t}+\rho^2\hat{\alpha}_{12}^2\hat{\eta}_{2t}^2}{n\hat{H}^2} \\
\mathrm{Var}(Nroe_t) &= \frac{(1-\rho\hat{\alpha}_{22})^2\hat{\eta}_{1t}^2+2\rho\hat{\alpha}_{12}(1-\rho\hat{\alpha}_{22})\hat{\eta}_{1t}\hat{\eta}_{2t}+\rho^2\hat{\alpha}_{12}^2\hat{\eta}_{2t}^2}{n\hat{H}^2} \\
\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_t) &= \frac{(1-\rho\hat{\alpha}_{22})(\rho\hat{\alpha}_{11}(1-\rho\hat{\alpha}_{22})+\rho^2\hat{\alpha}_{12}\hat{\alpha}_{21})\hat{\eta}_{1t}^2}{n\hat{H}^2} \\
&\quad+\frac{\rho\hat{\alpha}_{12}(1+\rho(\hat{\alpha}_{11}-\hat{\alpha}_{22})+\rho^2(\hat{\alpha}_{12}\hat{\alpha}_{21}-\hat{\alpha}_{11}\hat{\alpha}_{22}))\hat{\eta}_{1t}\hat{\eta}_{2t}+\rho^2\hat{\alpha}_{12}^2\hat{\eta}_{2t}^2}{n\hat{H}^2}
\end{aligned}
$$

ここで、$\hat{H}\equiv(1-\rho\hat{a}_{11})(1-\rho\hat{a}_{22})-\rho^2\hat{a}_{12}\hat{a}_{21}$である。

なお、以上の分散分解を実行するためのSTATAおよびSASのプログラム例は、Callen and Segal（2010, Appendix B）に掲載されている。

5．利益をその構成要素に分けたときの分散分解

5.1. Callen and Segal（2004）およびCallen et al.（2005）による展開

利益は、キャッシュ・フローとアクルーアルズ、あるいは国内における利益と国外における利益など、複数の要素に分解できる。価値関連性を考察する会計実証研究においては、これらの利益の構成要素のいずれがより高い価値関連性を示すかが重要なテーマとなってきた。このような視点から、Vuolteenaho（2002）の分散分解を拡張し、利益をその構成要素に分けて分散分解を行なう方法を考えることは自然であろう。

Callen and Segal（2004）およびCallen et al.（2005）はそのような方法を提示している重要な研究といえる。Callen and Segal（2004）はいくつかのケースを検証しているが、その中の1つでは、利益をキャッシュ・フローとアクルーアルズ

に分けている。一方、Callen et al.（2005）は、国内における利益と国外における利益に分けている[14)]。

いま、利益X_tがX_{1t}とX_{2t}の2つの構成要素に分けることができるとすると（$X_t=X_{1t}+X_{2t}$）、次のように$\boldsymbol{roe}_t$も分けてあらわすことができる。なお、$\ln(1+\boldsymbol{x})\approx\boldsymbol{x}$の近似を用いている[15)]。

$$\begin{aligned} roe_t &= \ln\left(1+\frac{X_t}{B_{t-1}}\right) \\ &\approx \frac{X_t}{B_{t-1}} \\ &= \frac{X_{1t}}{B_{t-1}}+\frac{X_{2t}}{B_{t-1}} \\ &= ROE_{1t}+ROE_{2t} \end{aligned} \tag{62}$$

ここで、$ROE_{1t}\equiv X_{1t}/B_{t-1},\ ROE_{2t}\equiv X_{2t}/B_{t-1}$としている。

（1）式のVuolteenaho（2002）の期待外リターンの式に、この(62)式を代入すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t] &= \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j roe_{t+j}\right]-\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \\ &= \Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right]+\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right]-\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \end{aligned}$$

また、この式を次のように書きかえて記号を定義しておく。

$$r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t]=Nroe_{1t}+Nroe_{2t}-Nr_t \tag{63}$$

$$Nroe_{1t}\equiv\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right] \tag{64}$$

$$Nroe_{2t}\equiv\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right] \tag{65}$$

$$Nr_t\equiv\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] \tag{66}$$

(63)式の両辺の分散をとる。

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(r_t-\mathrm{E}_{t-1}[r_t]) &= \mathrm{Var}(Nr_t)+\mathrm{Var}(Nroe_{1t})+\mathrm{Var}(Nroe_{2t}) \\ &\quad -2\,\mathrm{Cov}(Nr_t,Nroe_{1t})-2\,\mathrm{Cov}(Nr_t,Nroe_{2t}) \\ &\quad +2\,\mathrm{Cov}(Nroe_{1t},Nroe_{2t}) \end{aligned} \tag{67}$$

この式が利益をその構成要素に分けたときの分散分解の基本となる式である。

5.2.　4変数のVARモデル

第4節と同様に、VARモデルに基づいて分散分解を行なう方法について検討する。ここでは状態変数として、株式リターン$\boldsymbol{r}_t$、利益の1つ目の構成要素ROE_{1t}、利益の2つ目の構成要素ROE_{2t}、および対数変換した簿価時価比率$\boldsymbol{bm}_t$を考える。

$$z_t=\boldsymbol{A}z_{t-1}+\eta_t \tag{68}$$

$$r_t=\alpha_{11}r_{t-1}+\alpha_{12}ROE_{1t-1}+\alpha_{13}ROE_{2t-1}+\alpha_{14}bm_{t-1}+\eta_{1t} \tag{69}$$

$$ROE_{1t}=\alpha_{21}r_{t-1}+\alpha_{22}ROE_{1t-1}+\alpha_{23}ROE_{2t-1}+\alpha_{24}bm_{t-1}+\eta_{2t} \tag{70}$$

$$ROE_{2t}=\alpha_{31}r_{t-1}+\alpha_{32}ROE_{1t-1}+\alpha_{33}ROE_{2t-1}+\alpha_{34}bm_{t-1}+\eta_{3t} \tag{71}$$

$$bm_t=\alpha_{41}r_{t-1}+\alpha_{42}ROE_{1t-1}+\alpha_{43}ROE_{2t-1}+\alpha_{44}bm_{t-1}+\eta_{4t} \tag{72}$$

したがって、次のように対応している。

$$z_t=\begin{pmatrix} r_r \\ ROE_{1t} \\ ROE_{2t} \\ bm_t \end{pmatrix},\quad A=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix},\quad \eta_t=\begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \\ \eta_{3t} \\ \eta_{4t} \end{pmatrix} \tag{73}$$

なお、状態変数が4つあるので、第5節では$\boldsymbol{e1}'=(1\ 0\ 0\ 0)$, $\boldsymbol{e2}'=(0\ 1\ 0\ 0)$と定義し、$\boldsymbol{I}$は4次の単位行列とする。

5.3.　割引率ニュース$\boldsymbol{Nr_t}$の計算

4.2節と同様の計算により、割引率ニュース$\boldsymbol{Nr}_t\equiv\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j\boldsymbol{r}_{t+j}\right]$は次のように計算できる。

$$\Delta\mathrm{E}_t\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}=e1'\rho A(I-\rho A)^{-1}\eta_t=\lambda_1'\eta_t \tag{74}$$

ここで、$\lambda'_1\equiv e1'\rho A(I-\rho A)^{-1}$である。

5.4.　利益の1つ目の構成要素のニュース$\boldsymbol{Nroe_{1t}}$の計算

4.4節における利益ニュースの直接的な計算と同様の方法により、利益の1つ目の構成要素のニュースである$\boldsymbol{Nroe}_{1t}\equiv\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right]$は次のように計算できる。

$$\Delta\mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right]=e2'(I-\rho A)^{-1}\eta_t=\lambda_2'\eta_t \tag{75}$$

ここで、$\lambda'_2\equiv e2'(I-\rho A)^{-1}$である。

5.5. 利益の２つ目の構成要素のニュース$Nroe_{2t}$の計算

利益の２つ目の構成要素のニュースである$Nroe_{2t} \equiv \Delta \mathrm{E}_t \left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right]$は、期待外リターンの式から逆算して間接的に、すなわち$Nroe_{2t}=r_t-E_{t-1}[r_t]-Nroe_{1t}+Nr_t$として求める[16]。まず(74)式を少し変形し、割引率ニュースNr_tを次のようにあらわしておく。

$$\begin{aligned}\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] &= \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] - \Delta \mathrm{E}_t[r_t]\\ &= e1'(I-\rho A)^{-1}\eta_t - (r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) \end{aligned} \tag{76}$$

したがって、$Nroe_{2t}$は次のようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned}\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right] &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] - \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right] + \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right]\\ &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] - e2'(I-\rho A)^{-1}\eta_t + e1'(I-\rho A)^{-1}\eta_t\\ &\quad - (r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t])\\ &= (e1' - e2')(I-\rho A)^{-1}\eta_t\\ &= \lambda_3'\eta_t \end{aligned} \tag{77}$$

ここで、$\lambda'_3 \equiv (e1'-e2')(I-\rho A)^{-1}$である。

(77)式はCallen et al. (2005)において示されている。また、4.3節の最後に指摘したように、$e1'(I-\rho A)^{-1}=e1'+\lambda'_1$が成り立つので、(76)式は次のようにあらわすことができる。

$$\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right] = (e1' + \lambda_1')\eta_t - (r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) \tag{78}$$

したがって、$Nroe_{2t}$は次のようにあらわすこともできる。

$$\begin{aligned}\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right] &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] - \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{1t+j}\right] + \Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{t+j}\right]\\ &= r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t] - \lambda_2'\eta_t + (e1' + \lambda_1')\eta_t - (r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t])\\ &= (e1' + \lambda_1' - \lambda_2')\eta_t \end{aligned} \tag{79}$$

5.6. 分散分解の計算方法

分散分解の基本となる式は次のようである。

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(r_t - \mathrm{E}_{t-1}[r_t]) &= \mathrm{Var}(Nr_t) + \mathrm{Var}(Nroe_{1t}) + \mathrm{Var}(Nroe_{2t})\\ &\quad - 2\,\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_{1t}) - 2\,\mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_{2t})\\ &\quad + 2\,\mathrm{Cov}(Nroe_{1t}, Nroe_{2t}) \end{aligned} \tag{80}$$

ここまでの計算結果から、$Nr_t=\lambda'_1\eta_t$, $Nroe_{1t}=\lambda'_2\eta_t$、および$Nroe_{2t}=\lambda'_3\eta_t$とあらわせるので、この式の右辺の各項は次のように計算することができる。

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(Nr_t) &= \lambda_1'\Omega\lambda_1\\ \mathrm{Var}(Nroe_{1t}) &= \lambda_2'\Omega\lambda_2\\ \mathrm{Var}(Nroe_{2t}) &= \lambda_3'\Omega\lambda_3\\ \mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_{1t}) &= \lambda_1'\Omega\lambda_2\\ \mathrm{Cov}(Nr_t, Nroe_{2t}) &= \lambda_1'\Omega\lambda_3\\ \mathrm{Cov}(Nroe_{1t}, Nroe_{2t}) &= \lambda_2'\Omega\lambda_3 \end{aligned}$$

ここで、$\lambda'_1 \equiv e1'\rho A(I-\rho A)^{-1}$, $\lambda'_2 \equiv e2'(I-\rho A)^{-1}$および$\lambda'_3 \equiv (e1'-e2')(I-\rho A)^{-1}$であり、$\Omega$は誤差項行列$\eta_t$の分散共分散行列である。

したがって、係数行列および誤差項行列の分散共分散行列を求めれば、これらの式を用いて分散分解を行なうことができる。

6．おわりに

本稿では、分散分解を用いて会計利益の情報内容を検証する方法について説明した。まず、Vuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解の基本式を示すとともに、分散分解に基づいた会計利益の情報内容について、割引率一定のケースと割引率が変動するケースに分けて、利益反応係数（ERC）と比較して説明した。次に、分散分解の際に用いられるVARモデルとその特徴について、Ohlson（1995）のモデルと比較して考察した。そこでは特に、Vuolteenahoの現在価値恒等式を基礎とした分散分解で仮定されているVARモデルは、残余利益モデルを基礎としてOhlson（1995）が仮定した線形情報動学に対応していることを指摘した。次に、VARモデルに基づく分散分解の方法について、具体的には期待外リターンを利益ニュースと割引率ニュースに分ける基本的なケースと、その応用として利益をその構成要素に分けるケースについて説明した。

現在のファイナンス分野における資本市場に関する研究、特に資産価格理論の研究では、割引率が変動する状況を前提にして実証分析を行なうことが標準的である[17)]。したがって、同じく資本市場において会計利益、より広くは会計情報を考察する実証的な会計研究においても、割引率が変動する状況を扱うことのできる分析フレームワークが不可欠であるように思える。本稿で説明した分散分解に基づいて会計利益の情報内容を検証する方法は、そのようなフレームワークの１つであり、今後の会計研究においてこれまで以上に注目すべきであると考える。

《注》

1）Campbell-Shillerの現在価値恒等式に基づく分散分解の式については、椎葉（2017）においても説明されている。

2）現在価値関係に関する会計研究は、分散分解を用いて会計利益の情報内容を検証する研究以外にも、資本コストに関する研究（Easton and Monahan 2005）、集計した利益とリターンの関係についての研究（Sadka 2007）、および保守主義に関する研究（Callen et al. 2010, Callen and Segal 2013）などがある。

3）この期待外リターンの式は、厳密には近似式である。ここでは表記の見やすさの観点から、等号であらわしている。なお、この式の導出の詳細については、椎葉（2017）などを参照のこと。

4）roe_tは以下では対数会計リターン、あるいは単に利益とも呼んでいる。

5）Vuolteenaho（2002）は、キャッシュ・フローの代理変数として会計利益を用いているとの立場から、ここでの利益ニュースをキャッシュ・フロー・ニュース（cash-flow news）と呼んでいる。

6）企業規模ごとに係数行列を推定することもある。Vuolteenaho（2002）, Callen and Segal（2004）などを参照のこと。

7）時点$t-2$以前の状態変数を含むLVAR（Long VAR）と呼ばれるモデルもしばしば用いられている。Vuolteenaho（2002）, Callen and Segal（2004）などを参照のこと。

8）ρのより詳細な定義については、椎葉（2017, 2018）を参照してほしい。なお、本稿におけるρは、椎葉（2017, 2018）におけるρ_{pb}である。

9）表記が複雑になるためこのように簡単化の仮定をしているが、３つの変数が互いに影響を与えると仮定して、つまり以下の（29）式の係数行列Aの要素に０がないケースについても解くことができる。

10）このケースは椎葉（2017）で示したものである。

11）Ohlson（1995）の論文におけるRは、本稿における$1+R$に対応することには注意してほしい。

12）椎葉（2017, 2018）で指摘したように、ρは$1/(1+R)$に近い概念であり、このことを考慮するとより似た式になっていることが分かる。

13）Rが変動するときにも残余利益モデルは成立する。福井（2008）を参照のこと。さらに、Feltham and Ohlson（1999）で提示されたモデルをベースとすれば、Rが変動する状況においても、対数をとらない変数の時系列を仮定し時点tにおける情報のみであらわした株主価値評価式を得ることもできる。この点はLyle et al.（2013）および小野（2013）などを参照。

14）吉田（2005）はCallen and Segal（2004）におけるアクルーアルズをさらに裁量的アクルーアルズと非裁量的アクルーアルズに分けており、Okuda and Shiiba（2010）は利益を親会社利益と子会社利益（＝連結利益－親会社利益）に分けている。

15）この近似を用いることには問題もある。つまり、xが小さいときにはこの近似による誤差は小さいが、そうでないときには誤差が大きくなる。実証上はこの点に注意すべきである（Callen 2009, p.143）。

16）利益の１つ目の構成要素のニュース$Nroe_{1t}$の計算と同様に、$\Delta \mathrm{E}_t\left[\sum_{j=0}^{\infty}\rho^j ROE_{2t+j}\right]=e3'(\boldsymbol{I}-\rho\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{\eta}_t$と直接的に計算することもできる。ここで、$\boldsymbol{e}3'=(0\ 0\ 1\ 0)$である。Chen and Zhao（2009）は直接的な計算と間接的な計算の方法によって結果が変わる可能性を指摘している。このことからCallen（2009, p.152）では２つの利益ニュースの計算方法を同じようにするため、２つの利益ニュースを直接的に計算し、割引率ニュースを間接的に計算することが望ましいとしている。また、Callen et al.（2006）ではこのような方法によって計算している。

17）Cochrane（2011）および福井（2015）などを参照のこと。

《参考文献》

Callen, J. L., 2009. Shocks to shocks: A theoretical foundation for the information content of earnings, Contemporary Accounting Research 25（1）, 135-166.

Callen, J. L., Segal, D., 2004. Do accruals drive firm-level stock returns? A variance decomposition analysis, Journal of Accounting Research 42（3）, 527-560.

Callen, J. L., Segal, D., 2010. A variance decomposition primer for accounting research, Journal of Accounting, Auditing & Finance 25（1）, 121-142.

Callen, J. L., Segal, D., 2013. An analytical and empirical measure of the degree of conditional conservatism, Journal of Accounting, Auditing & Finance 28（3）, 215-242.

Callen, J. L., Hope, O.-K., Segal, D., 2005. Domestic and foreign earnings, stock return variability, and the impact of investor sophistication, Journal of Accounting Research 43 (3), 377-412.

Callen, J. L., Livnat, J., Segal, D., 2006. The information content of SEC filings and information environment: A variance decomposition analysis, The Accounting Review 81 (5), 1017-1043.

Callen, J. L., Segal, D., Hope, O.-K., 2010. The pricing of conservative accounting and the measurement of conservatism at the firm-year level, Review of Accounting Studies 15 (1), 145-178.

Callen, J. L., Lai, K., Wei, S. X., 2016. The volatility of return revisions and financial statement literacy in emerging markets: The case of cross-listed chinese firms, Journal of Business Finance & Accounting 43 (5) & (6), 572-596.

Campbell, J. Y., 1991. A variance decomposition for stock returns, The Economic Journal 101 (405), 157-179.

Campbell, J. Y., 2017. Financial Decisions and Markets, Princeton University Press.

Campbell, J., Ammer, J., 1993. What moves the stock and bond markets? A variance decomposition for long-term asset returns, The Journal of Finance 48 (1), 3-37.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay, A. C., 1996. The Econometrics of Financial Markets, Princeton University Press.（祝迫得夫・大橋和彦・中村信弘・本多俊毅・和田賢治訳. 2003.『ファイナンスのための計量分析』，共立出版）.

Chen, L., Zhao, Z., 2009. Return decomposition, Review of Financial Studies 22 (12), 5213-5249.

Clatworthy, M. A., Pong, C. K. M., Wong, W. K., 2012. Auditor quality effects on the relationship between accruals, cash flows and equity returns: A variance decomposition analysis, Accounting and Business Research 42 (4), 419-439.

Cochrane, J. H., 2011. Discount rates, The Journal of Finance 66 (4), 1047-1108.

Easton, P. D., Monahan, S. J., 2005. An evaluation of accounting-based measures of expected returns, The Accounting Review 80 (2), 501-538.

Engsted, T., Pedersen, T. Q., Tanggaard, C., 2012. Pitfalls in var based return decompositions: A clarification, Journal of Banking & Finance 36 (5), 1255-1265.

Feltham, G. A., Ohlson, J. A., 1999. Residual earnings valuation with risk and stochastic interest rates, The Accounting Review 74 (2), 165-183.

福井義高，2008.『会計測定の再評価』，中央経済社.

福井義高，2015.「見つかりかけた忘れもの：概念フレームワークと変動する割引率」，『企業会計』，第67巻，第 9 号，25-32.

Lyle, M. R., Callen, J. L., Elliott, R. J., 2013. Dynamic risk, accounting-based valuation, and firm fundamentals, Review of Accounting Studies 18 (4), 899-929.

Ohlson, J. A., 1995. Earnings, book values, and dividends in equity valuation, Contemporary Accounting Research 11 (2), 661-687.

Okuda, S., Shiiba, A., 2010. An evaluation of the relative importance of parent-only and subsidiary earnings in Japan: A variance decomposition approach, Journal of International Accounting Research 9 (1), 39-54.

小野慎一郎，2013.「インプライド資本コストの推定に関する会計研究の動向」，『大分大学経済論集』，第59巻，第3-4号，85-100.

Sadka, G., 2007. Understanding stock price volatility: The role of earnings, Journal of Accounting Research 45 (1), 199-228.

Shan, Y., Taylor, S., Walter, T., 2014. The role of “other information” in analysts’ forecasts in understanding stock return volatility, Review of Accounting Studies 19 (4), 1346-1392.

椎葉淳，2017.「会計情報に基づく現在価値関係」，『年報　経営ディスクロージャー研究』，第16巻，133-149.

椎葉淳，2018.「企業価値評価モデルとしての現在価値恒等式：数値例に基づく考察」，『年報　経営ディスクロージャー研究』，第17巻．近刊.

吉田和生，2005.「利益情報と株式リターンの分散分解分析」，『会計プログレス』，第 6 巻，59-70.

Vuolteenaho, T., 2002. What drives firm-level stock returns? The Journal of Finance 57 (1), 233-264.